PHYS-106(a) Physique générale : thermodynamique
Examen 2024

1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9
0	0	0	0	0	0	0

Cahier de réponses

Ne pas ouvrir avant le début de l'épreuve

Instructions :

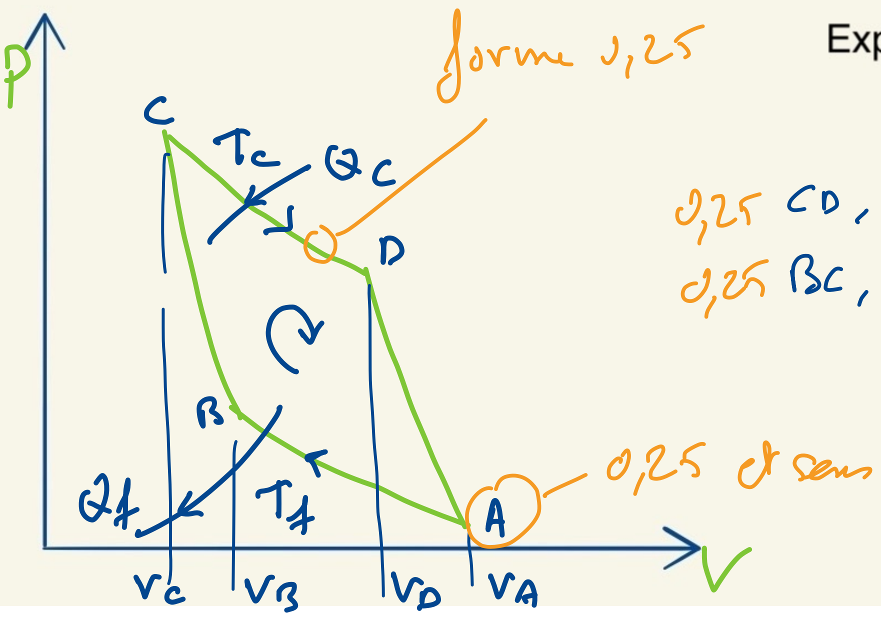
- Vérifier que votre nom et numéro sciper sont corrects
- Le cahier ne doit pas être dégrafé, les pages ne doivent pas être séparées. Les brouillons ne seront pas ramassés. Seul le cahier de réponses est corrigé
- **Ne pas ajouter de feuilles sur papier libre. Elles ne seront pas scannées et donc pas corrigées**
- Des cadres libres ont été ajoutés à la fin des exercices et du feuillet, en cas de nécessité
- **Le ramassage des copies (cahier et énoncé) se fait uniquement à la table, même pour les départs anticipés**
- Seul document autorisé: un formulaire manuscrit A4 recto/verso. Pas de calculatrice. Pas de téléphone, ni d'instruments connectés.
- L'énoncé de l'examen comporte 8 pages avec 3 exercices, numérotés de 1 à 3. Le cahier de réponses comporte 28 pages. Le nombre de points maximum pour cet examen est de 50 points + 2 points de bonus.
- Dans tous les problèmes, sauf indication contraire, les résultats sont à exprimer en fonction des données fournies et des constantes physiques connues. Chaque réponse doit être justifiée dans le cadre prévu à cet effet.
- Beaucoup des questions sont conceptuelles ou bien nécessitent très peu de calculs et sont indépendantes les unes des autres. On pourra admettre la solution d'une question donnée dans l'énoncé pour résoudre les questions suivantes.
- Si il y a des applications numériques (AN), **seul un ordre de grandeur est demandé**.

Durée de l'examen : 3 heures et 30 minutes

This page is left blank intentionally

Cycle de Carnot mal dimensionné (17 points+ 1 points Bonus)

1a Diagramme p(V)



Explications :

0,25 CD, AB isotherme

0,25 BC, DA adiabatique

1

1b V_B/V_A et V_C/V_D

$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$ 0,5

Pour les deux adiabatique $T V^{\gamma-1} = Cst$

donc $T_f V_B^{\gamma-1} = T_c V_C^{\gamma-1}$

et $T_c V_D^{\gamma-1} = T_f V_A^{\gamma-1}$

0,5

1

$\Rightarrow \frac{T_f}{T_c} = \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma-1}$

$\Rightarrow \frac{V_C}{V_B} = \frac{V_D}{V_A}$ soit $\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$

1

1c Chaleurs et travaux échangés

$Q_{AB} = -nRT_f \ln \frac{V_A}{V_B}$	$W_{AB} = nRT_f \ln \frac{V_A}{V_B}$	$\Delta U_{AB} = 0$	0,25
$Q_{BC} = 0$	$W_{BC} = C_v(T_c - T_f)$	$\Delta U_{BC} = C_v(T_c - T_f)$	0,25
$Q_{CD} = -nRT_c \ln \frac{V_c}{V_D}$	$W_{CD} = nRT_c \ln \frac{V_c}{V_D}$	$\Delta U_{CD} = 0$	0,25
$Q_{DA} = 0$	$W_{DA} = C_v(T_f - T_c)$	$\Delta U_{DA} = C_v(T_f - T_c)$	0,25

isotherme $W_{AB} = \int_A^B -p\,dV = \int_A^B -nRT_f \frac{dV}{V}$

$= -nRT_f \ln \frac{V_B}{V_A}$

$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} = 0 \quad Q_{AB} = -W_{AB}$

adiabatique $\Delta U_{BC} = C_v(T_c - T_f) = W_{BC} \quad Q_{BC} = 0$

− 0,08 par réponse fausse ou manquante

1

1d Rendement, définition et expressions en fonction de Q_c, Q_f et de T_c, T_f

η_{Carnot} = $-\frac{W}{Q_c} = \frac{T_c - T_f}{T_c}$

Le rendement est le rapport entre la quantité recherchée (ici $-W$) et l'énergie fournie pour l'obtenir, ici $Q_c = Q_{CD}$

0,5

premier principe $W + Q_c + Q_f = 0$

second principe $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$

0,5

$\eta_{Carnot} = \frac{-W}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = \frac{T_c - T_f}{T_c}$

1e Comparez T_E et T_f

☒ $T_E < T_f$ ☐ $T_E = T_f$ ☐ $T_E > T_f$

0,5

de D à A la température décroit de T_c à T_f, prolonge la détente et la température descend plus bas que T_f $T_E < T_f$

1

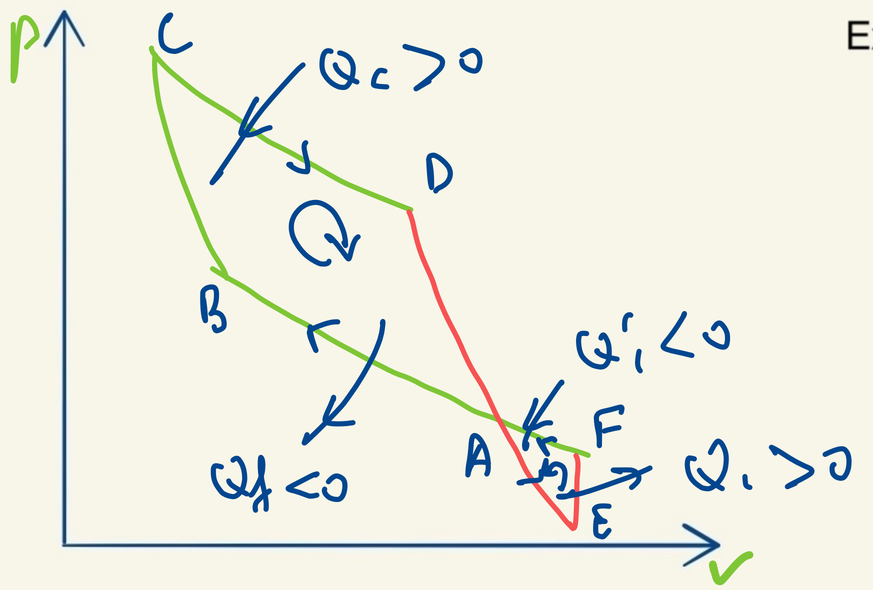
$T_E V_E^{\gamma-1} = T_f V_A^{\gamma-1}$

0,5

$T_E = T_f \left(\frac{V_A}{V_E}\right)^{\gamma-1} < T_f$ car $V_E > V_A$

1

1f Diagramme p(V)



Explications :

1g Signe de Q et W, indiquez : - 0 + ou bien <0 =0 >0

Q_{AE} : 0	Q_{EF} : > 0	Q_{FA} : < 0	0,5
W_{AE} : < 0	W_{EF} : 0	W_{FA} : > 0	0,5

1

AE adiabatique $Q_{AE} = 0$ $W_{AE} < 0$

EF chauffage isochore $Q_{EF} > 0$ $W_{EF} = 0$

FA compression isotherme $W_{FA} > 0$

d'où $Q_{FA} = -W_{FA} < 0$

− 0,25 par réponse fausse ou manquante

1

1h Signe de W_{AEF}

☐ $W_{AEF} < 0$ ☐ $W_{AEF} = 0$ ☒ $W_{AEF} > 0$

La serie de transformations AEFA est effectuée dans le sens direct donc le travail reçu est positif $W_{AEF} > 0$

1i W_{tot} en fonction de W_{Carnot} et W_{AEF}

1

$W_{tot} = W_{Carnot} + W_{AEF}$

Le cycle total est constitué du cycle ideal de Carnot ABCDA et d'un cycle parasite supplémentaire AEFA

$$W_{tot} = W_{Carnot} + W_{AEF}$$

1j Comparez $|W_{Carnot}|$ et $|W_{tot}|$

1

- [x] $|W_{tot}| < |W_{Carnot}|$
- [ ] $|W_{tot}| = |W_{Carnot}|$
- [ ] $|W_{tot}| > |W_{Carnot}|$

ok si confusion à cause du signe mais compréhension

$W_{Carnot} < 0$ et $W_{AEF} > 0$

donc $W_{tot} > W_{Carnot}$

mais attention ces valeurs sont < 0

1k Q_c et Q_f et comparer Q_c et Q_{Carnot}

1

$Q_c = Q_{Carnot} = Q_{CD}$ 0,5 $Q_f = Q_{AB} + Q_{FA} + Q_{EF}$ 0,25

- [ ] $Q_c < Q_{Carnot}$
- [x] $Q_c = Q_{Carnot}$ 0,25
- [ ] $Q_c > Q_{Carnot}$

$Q_{EF} > 0$ mais pour réchauffer le gaz il suffit de le mettre en contact avec le thermostat froid car $T_E < T_f$ donc bien que $Q_{EF} > 0$ il ne compte pas pour Q_c

1l Rendement, η, du cycle en fonction de W_{Carnot}, W_{AEF} et Q_c. Comparez le avec, η_{Carnot}

$\eta = -\dfrac{W_{Carnot} + W_{AEF}}{Q_{Carnot}}$ 0,5

1

- [x] $\eta < \eta_{Carnot}$ 4,5
- [ ] $\eta = \eta_{Carnot}$
- [ ] $\eta > \eta_{Carnot}$

$$\eta = \frac{-(W_{ABCD} + W_{AEF})}{Q_c}$$

$$= \underbrace{-\frac{W_{Carnot}}{Q_{Carnot}}}_{>0} \underbrace{-\frac{W_{AEF}}{Q_{Carnot}}}_{<0 \text{ car } W_{AEF} > 0} < \eta_{Carnot}$$

$= \eta_{Carnot}$

1m Question Bonus. η - η_{Carnot}

$$\eta - \eta_{Carnot} = \frac{C_v T_f\left(\left(\frac{V_A}{V_E}\right)^{\gamma-1} - 1\right) + nRT_f \ln\frac{V_A}{V_E}}{nRT_c \ln V_D/V_C} -$$

①

$$\eta = \frac{\underbrace{nR(T_c - T_f)}_{W_{Carnot}} + \underbrace{C_v(T_E - T_f) + nRT_f \ln\frac{V_A}{V_E}}_{W_{AEF}}}{\underbrace{nRT_c \ln\frac{V_D}{V_C}}_{W_{Carnot}}}$$

0,25 0,25

$\ln\frac{V_D}{V_C}$

avec $T_E = T_f\left(\frac{V_A}{V_E}\right)^{\gamma-1}$

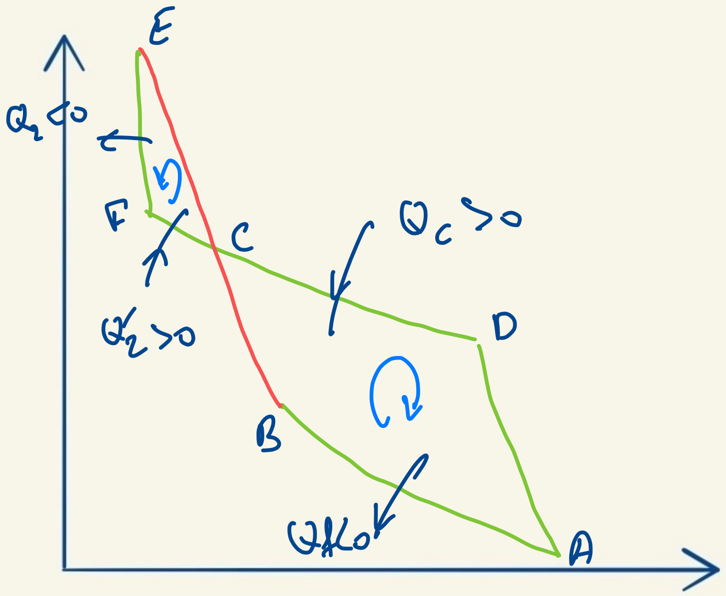
0,5

$$\eta = \frac{nR(T_c - T_f)\ln\frac{V_D}{V_C} + C_v T_f\left(\left(\frac{V_A}{V_E}\right)^{\gamma-1} - 1\right) + nRT_f \ln\frac{V_A}{V_E}}{nRT_c \ln\frac{V_D}{V_C}}$$

$= \eta_{Carnot}$

1n Diagramme p(V)

1



Explications :

1o Signe de Q et W, indiquez : - 0 + ou bien <0 =0 >0

1

Q_{CE} : 0	Q_{EF} : <0	Q_{FC} : >0 0,5
W_{CE} : >0	W_{EF} : 0	W_{FC} : <0 0,5

− 0,15 par réponse fausse ou manquante

1p Signe de W_{CEF}

☐ $W_{CEF} < 0$	☐ $W_{CEF} = 0$	☒ $W_{CEF} > 0$

1

Ce cycle est effectué dans le sens trigonométrique

1q Q_c et Q_f

0,5 $Q_c = Q_{Carnot} + Q_{EF} + Q_{FC}$ $Q_f = Q_{AB}$ 0,5

1

les échanges EF et FC doivent être effectués avec la source chaude

1r Rendement, η, du cycle en fonction de W_{Carnot}, W_{CEF}, Q_{Carnot} et des chaleurs échangées pour les transformations CE, EF et FC

$$\eta = -\frac{W_{Carnot} + W_{CEF}}{Q_{Carnot} + Q_{EF} + Q_{EC}}$$

1

$$\eta = -\frac{\overset{<0}{W_{ABCD}} + \overset{>0}{W_{CEF}}}{\underset{>0}{Q_{Carnot}} + \underset{<0}{Q_{EF}} + \underset{>0}{Q_{EC}}}$$

1s Case supplémentaire. N'utiliser qu'en cas de nécessité.

Analyse du passage graduel d'une évolution irréversible à réversible (17points + 1 points Bonus)

2a W_{rev}, Q_{rev}, ΔU et ΔS en fonction de V_i, V_f en en fonction de P_i, P_f

2

$W_{rev} = nRT \ln \frac{V_i}{V_f} = nRT \ln \frac{P_f}{P_i}$ 0,5

$Q_{rev} = -W_{rev}$ 0,5

$\Delta U = 0$ 0,5

$\Delta S = nR \ln \frac{V_f}{V_i} = nR \ln \frac{P_i}{P_f}$ 0,5

$$W_{rev} = \int_{V_i}^{V_f} -p\,dV = -nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_i}{V_f}$$

$$= nRT \ln \frac{P_f}{P_i}$$

$\Delta U = 0$ (gaz parfait, loi de Joule)

$Q_{rev} = -W_{rev}$

$\Delta S = S_{ech}$ $S_{int} = 0$

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} = \int_i^f \frac{-\delta W}{T} = \int_i^f \frac{p\,dV}{T}$$

$$= \int_i^f nR \frac{dV}{V} = nR \ln \frac{V_f}{V_i} = nR \ln \frac{P_i}{P_f}$$

2b W_{ir}, Q_{ir}, ΔU et S_{int}

2

W_{ir} = $nRT\left(\frac{P_f - P_i}{P_i}\right)$ 0,5

Q_{ir} = $-W_{ir}$ 0,5

ΔU = 0 0,5

S_{int} = $nR\left(\ln\frac{P_i}{P_f} + \frac{P_f - P_i}{P_f}\right)$ 0,5

$$W_{ir} = \int_i^f -P_{ext}\, dV = -P_f (V_f - V_i) = P_f (V_i - V_f)$$

$$= nRT\left(\frac{V_i}{V_f} - 1\right) = nRT\left(\frac{P_f}{P_i} - 1\right)$$

$\Delta U = 0$

$Q_{ir} = -W_{ir}$

$$S_{ech} = \frac{Q_{ir}}{T} = -nR\left(\frac{P_f - P_i}{P_i}\right)$$

$$\Delta S = S_{ech} + S_{int}$$

$$S_{int} = +nR\left(\frac{P_f - P_i}{P_i}\right) + nR\ln\frac{P_i}{P_f}$$

2c Montrer que $S_{int} > 0$

2

$x = \frac{P_f}{P_i}$ $(x > 1)$

$S_{int} = nR\left(x - 1 + \ln\frac{1}{x}\right) = nR(x - \ln x - 1)$

$= nR\, f(x)$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x}$ s'annule en $x=1$ $\quad \overset{x=1}{- \mid +}$

$f(1) = 0$ passe par un minimum en $x=1$ donc $f(x) > 0$

2d Relation entre P_j, P_{j+1}, V_j et V_{j+1}

$P_j V_j = P_{j+1} V_{j+1}$

en passant de l'étape i à i+1

1

$P_j, V_j, T \longrightarrow P_{j+1}, V_{j+1}, T$

$P_j V_j = P_{j+1} V_{j+1} = nRT$

notre $\Delta P = P_{j+1} - P_j = \frac{m}{S} = \frac{n}{NS}$

$\Delta P = \frac{P_f - P_i}{N}$

2e Q_j, W_j, $S_{j,ech}$ et $S_{j,int}$

0,5 $W_j = nRT \dfrac{P_{j+1} - P_j}{P_j} = nRT \dfrac{\Delta P}{P_j}$

0,5 $Q_j = -W_j$

2

0,5 $S_{j,ech} = nR \dfrac{P_{j+1} - P_j}{P_j}$

0,5 $S_{j,int} = nR \left(\ln \dfrac{P_j}{P_{j+1}} + \dfrac{P_{j+1} - P_j}{P_j} \right)$

on reprend les résultats du calcul de la partie B en remplaçant Pf par P_{j+1} et P_i par P_j.

2f W_{tot}^N

$W_{tot}^N = nRT \sum_{j=1}^{N} \dfrac{\Delta P}{P_i + j\Delta P}$

2

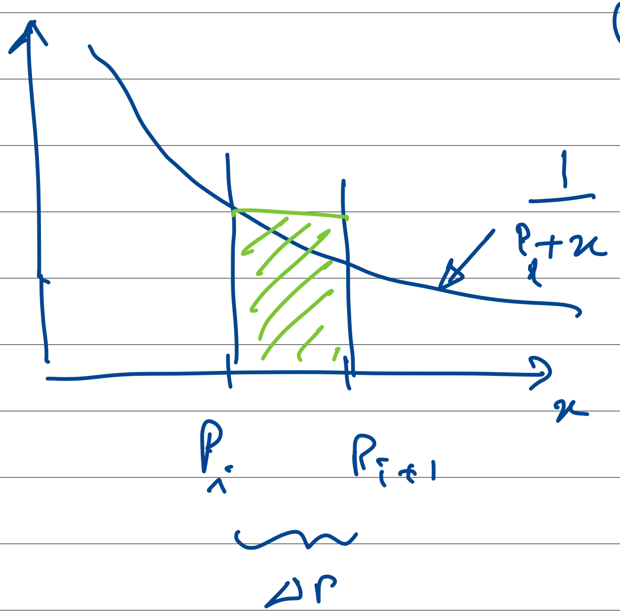
$W_{tot}^N = \sum_{j=1}^{N} W_j = nRT \sum_{j=1}^{N} \dfrac{\Delta P}{P_j}$

$P_j = P_1 + j\Delta P$

2g $\lim_{N\to+\infty} W_{tot}^N = W_{rev}$ et $W_{rev} < \ldots < W_{tot}^{N+1} < W_{tot}^N < \ldots < W_{ir}$

2

$$W_{tot}^N = nRT \sum_{j=1}^{N} \frac{\Delta P}{P_i + j\Delta P} = nRT \sum_{j=1}^{N} \frac{(P_f-P_i)/N}{P_i + j\frac{P_f-P_i}{N}}$$ 1



On reconnaît la somme de Darboux 0,5 supérieure dans le calcul de l'intégrale de $\int_0^{N\Delta P} \frac{dx}{1+x} = \ln(1+x)$

0,5

donc W_{tot}^N converge par valeur décroissante vers

$$nRT \ln \frac{P_i + N\Delta P}{P_i} = nRT \ln \frac{P_f}{P_i} = W_{rev}$$

2h $S^N_{tot,int}$

$$S^N_{tot,int} = nR\left(\ln\frac{P_i}{P_f} + \sum_{j=1}^{N}\frac{\Delta P}{P_f + j\Delta P}\right)$$

2

$$S^N_{tot,int} = nR\sum_{j=1}^{N}\left(\ln\frac{P_j}{P_{j+1}} + \frac{\Delta P}{P_j}\right)$$

$$= nR\left(\ln\frac{P_1}{P_N} + \sum_{j=1}^{N}\frac{\Delta P}{P_j}\right)$$

$$= nR\left(\ln\frac{P_i}{P_f} + \sum_{j=1}^{N}\frac{\Delta P}{P_f + j\Delta P}\right)$$

2i $\lim_{N\to\infty} S^N_{tot,int} = 0$

idem somme de Darboux 1

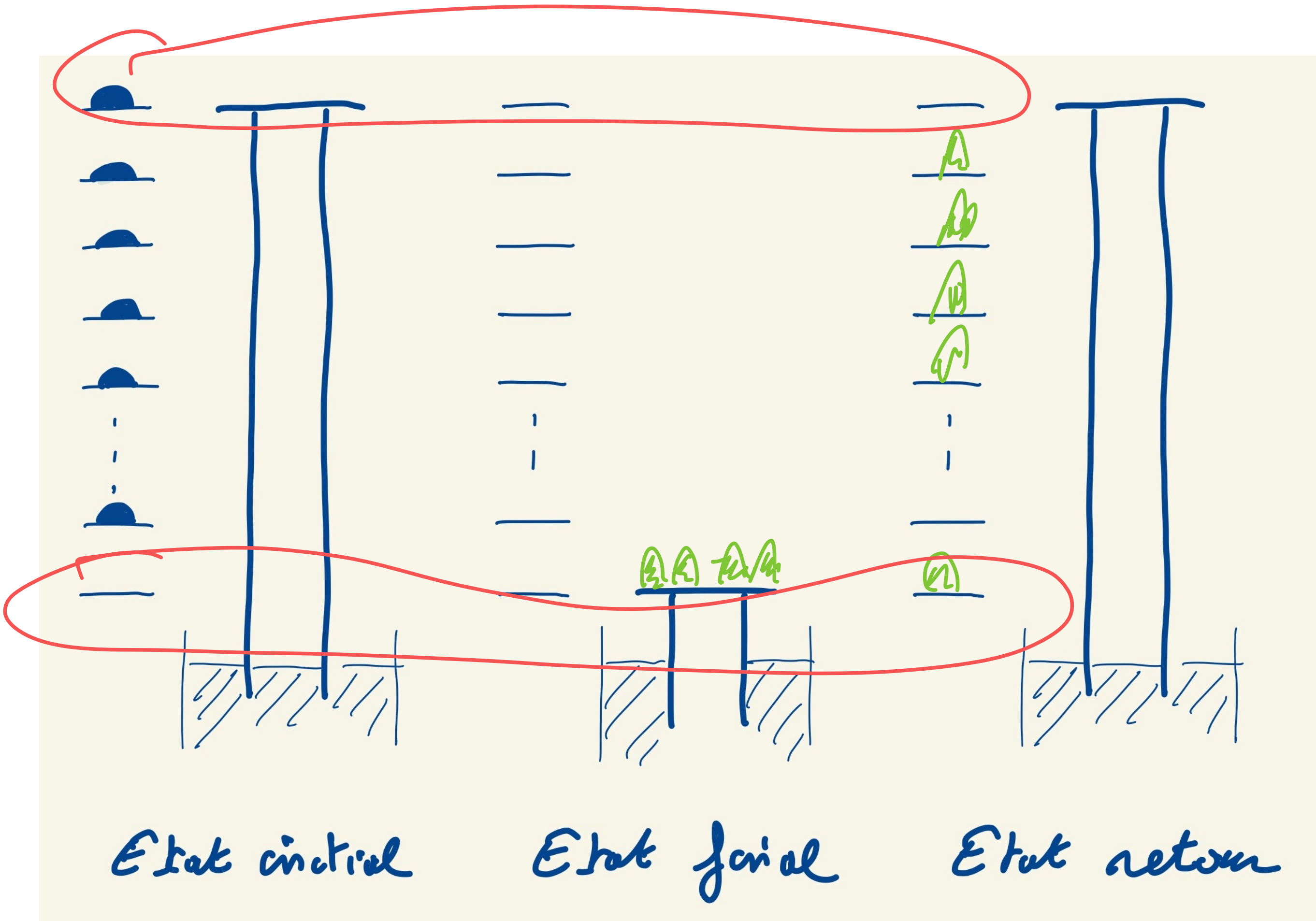
2

$$\lim_{N\to\infty}\sum_{j=1}^{N}\frac{\Delta P}{P_1 + j\Delta P} = \ln\frac{P_f}{P_i}$$ 1

et donc $\lim_{N\to\infty} S^N_{tot,int} = 0$

2j **Question Bonus**. Compléter le dessin avec la répartition des N masses à l'étape initiale, finale et lorsque l'on fait la transformation retour. Discuter où se manifeste l'irréversibilité et comment on retrouve le cas réversible quand $N \to \infty$

1



0,5 Réversibilité : on fait la transformation inverse pour le système et l'environnement avec $-Q$ et $-W$

Ici l'environnement n'est pas exactement pareil la masse est descendu d'une marche.

0,5 La différence $\to 0$ qd $N \to \infty$ et $m \to 0$

2k Case supplémentaire. N’utiliser qu’en cas de nécessité.

Découpe laser (16 points)

3a Équation de la diffusion de la chaleur

2

Équation : $$\frac{\partial T}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

a = $\frac{\lambda}{\rho c}$

C'est l'équation de la diffusion de la chaleur vue en cours

3b Équation dans le référentiel R'

2

On fait le changement de variable

$x' = x - v_f t$ v_f est constant $F(x') = T(x - v_f t)$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial x'} \times \frac{\partial x'}{\partial t} = -v_f \frac{\partial T}{\partial x'} = -v_f \frac{dF}{dx'}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{d^2 F}{dx'^2} \quad \text{donc} \quad -v_f \frac{dF}{dx'} = a \frac{d^2 F}{dx'^2}$$

Cette solution est indépendante du temps, elle est donc stationnaire

3c $T(x-v_f t)$

3

$G(x') = \frac{dF}{dx'}$ l'équation 3b devient

$-v_f\, G(x') = a \frac{dG(x')}{dx'}$ $\qquad -\frac{v_f}{a} dx' = \frac{dG}{G}$

1 $\Rightarrow G(x') = Cst \times \exp\left(-\frac{v_f}{a} x'\right)$, on intègre

à nouveau $G(x') = \frac{dF}{dx'}$ donc

1 $F(x') = Cst \frac{a}{v_f} \exp\left(-\frac{v_f}{a} x'\right) + Cst'$

$T(x-v_f t) = Cst \frac{a}{v_f} \exp\left(-\frac{v_f}{a}(x-v_f t)\right) + Cst'$

en $x = x_f$ $\quad x - v_f = 0$ $\qquad Cst \frac{a}{v_f} + Cst' = T_f$

en $x \to \infty$ $\quad Cst' = T_0 \Rightarrow Cst = \frac{v_f}{a}(T_f - T_0)$

1 et $T(x-v_f t) = T_0 + (T_f - T_0)\exp\left(-\frac{v_f}{a}(x-v_f t)\right)$

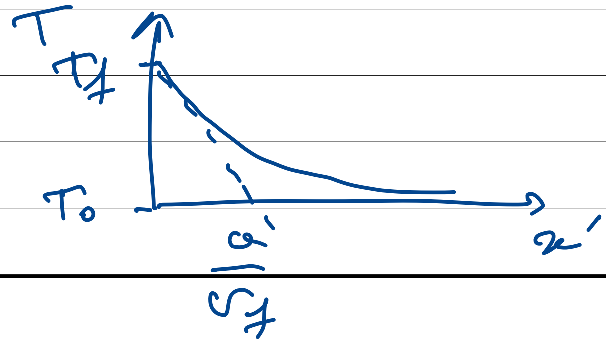
3d Distance caractéristique, d Bonus

d = $\frac{a}{v_f}$

1

C'est l'inverse du coefficient sous l'exponentielle

$\exp\left(\frac{x'}{a/v_f}\right)$



3e Bilan énergétique entre x_f et $x_f + dx_f$

P = $L_f \rho v_f - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}$

2

fonte : $L_f \rho S \, dx_f$ a, T

laser : $S P \, dt$ a, T

conduction thermique : $-S J_Q \, dt$ a, T

avec loi de Fourier $J_Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$ a, T

$L_f \rho S \, dx_f = S P \, dt + S \lambda \frac{\partial T}{\partial x}$

$\Rightarrow P = L_f \rho \frac{dx_f}{dt} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = L_f \rho v_f - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}$

3f v_f

3

il faut calculer $\frac{\partial T}{\partial x}$ en x_f

1 $\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{v_f}{a}(T_f - T_0)\exp\left(-\frac{v_f(x - v_f t)}{a}\right)$

en x_f $x_f - v_f t = 0$ $\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{v_f}{a}(T_f - T_0)$

$P = L_f \rho v_f + \frac{\lambda v_f}{a}(T_f - T_0)$ $\frac{\lambda}{a} = \rho c$

1 $\Rightarrow \quad v_f = \frac{P}{L_f \rho + \rho C (T_f - T_0)}$

Ce terme $L_f \rho$ décrit la fusion de

l'élément et $\rho C (T_f - T_0)$ 0,5

le chauffage de l'élément 0,5

de T_0 à T_f

3g Prise en compte de la vaporisation

2

$$v_f = \frac{P}{\rho(L_f+L_v)+\rho C(T_v-T_0)}$$

Il faut chauffer l'aluminium jusqu'à T_v et non plus T_f, comme c est constant : $\rho C(T_v - T_0)$ 1

et il faut tenir de la fusion puis de l'évaporation : $L_f + L_v$ 1

3h Comparaison

2

Il faut un peu plus de temps car dans notre modèle on a 1 négligé la chaleur qui diffuse latéralement dans le matériau 2 Ainsi une partie de la lumière n'est pas absorbée 3 la capacité calorifique qui augmente pour l'aluminium liquide et 4 le profil d'illumination du laser qui n'est pas uniforme

1 point par argument parmi ceux-là, ou d'autres s'ils existent — max 2 pts

3i Case supplémentaire. N’utiliser qu’en cas de nécessité.